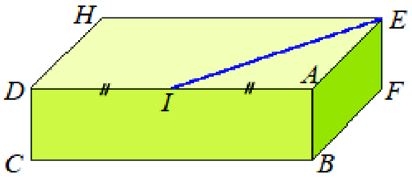
④ **أبعاد متوازي المستطيلات في الشكل المرافق هي:**



$$HE = 8\ cm \quad , \quad BF = 3\ cm \quad , \quad CD = 2\ cm$$

النقطة I هي منتصف $[AD]$ نقطع هذا المجسم بمستو يوازي الحرف $[AB]$ ويحوي القطعة $[IE]$

١) احسب الطول IE.

٢) ارسم المقطع بأبعاده التامة.

الحل:

١) المثلث IAE مثلث قائم في A فيه $\quad AE = 3\ cm$

$$IA = \frac{1}{2}DA \ \Rightarrow IA = \frac{1}{2} \times 8 = 4\ cm$$

نحسب طول IE حسب فيثاغورث

$$IE^2 = AE^2 + AI^2$$
$$= 3^2 + 4^2$$
$$= 9 + 16$$
$$= 25$$
$$IE = \sqrt{25} = 5$$

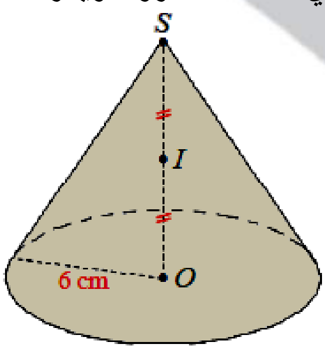
٢) المقطع هو مستطيل يوازي الحرف AB . نرسم المثلث القائم IAE بحيث:

$$IE = 5 \quad , \quad IA = 4 \quad , \quad AE = 3$$

ثم نرسم المستطيل $IJFE$ على وتر المثلث وخارجه بحيث يكون $EF = 2\ cm$

---

⑤ **مخروط دوراني رأسه S ومركز قاعدته O ونصف قطرها $6\ cm$ ، ثمة مستو يوازي قاعدة المخروط ويمر بالنقطة I ومنتصف $[SO]$. ارسم بقيم تامة مقطع ها المخروط بهذا المستوي .**



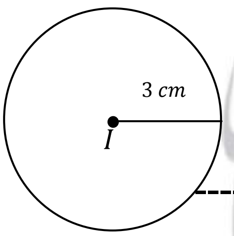
الحل :

المقطع هو تصغير لقاعدة المخروط ونسبة التصغير $K = \frac{SI}{SO} = \frac{1}{2}$

ليكن R نصف قطر قاعدة المخروط.

و $\grave{R}$ نصف قطر دائرة المقطع عندئذ:

$$\frac{\grave{R}}{R} = k = \frac{1}{2}$$
$$\frac{\grave{R}}{6} = \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow \grave{R} = \frac{1 \times 6}{2} = 3\ cm$$



لرسم المقطع نرسم دائرة مركزها I ونصف قطرها $3\ cm$

---

⑥ **نقطع هرماً بمستو يوازي قاعدته ، ما طبيعة المقطع في كل من الحالات الآتية :**

١) قاعدة الهرم مثلث متساوي الأضلاع

٢) قاعدة الهرم مثلث قائم

٣) قاعدة الهرم مربع

الحل :

١) المقطع مثلث متساوي الأضلاع

٢) المقطع مثلث قائم

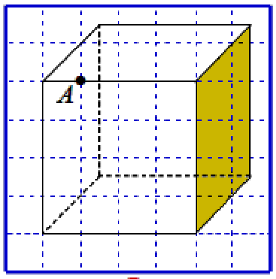
٣) المقطع مربع

---

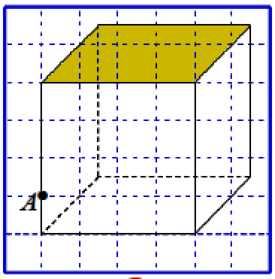
⑦ **في كل من الحالتين $\boxed{1}$ و $\boxed{2}$ ارسم المكعب ثم ارسم مقطعه بمستو يمر بالنقطة A ويوازي وجهه الملون .**

الحالة $\boxed{1}$: المقطع هو مربع يطابق الوجه الملون

الحالة $\boxed{2}$: المقطع هو مربع يطابق المربع الملون



①

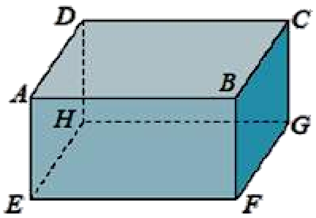


②

---

⑧ **$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات أبعاده $AE = 4\ cm$ و $EF = 8\ cm$ و $FG = 6\ cm$**

احسب (في كل حالة) محيط ومساحة مقطع هذا المجسم :



١) بمستو يوازي الوجه $ABCD$.

٢) بمستو يوازي الوجه $ADHE$.

٣) بمستو يوازي الوجه $ABEF$.

الحل :

١) مقطع متوازي المستطيلات بمستو يوازي الوجه $ABCD$ هو مستطيل يطابق الوجه $ABCD$ ومنه بعدي المستطيل هما $6\ cm$ و $8\ cm$

المحيط $= 2 \times$ (مجموع بعديه)

$$P_1 = 2 \times (6 + 8) = 2 \times 14 = 28\ cm$$

المساحة = جداء بعديه

$$S_1 = 8 \times 6 = 48\ cm^2$$

٢) مقطع متوازي المستطيلات بمستو يوازي الوجه $ADHE$ هو مستطيل يطابق الوجه $ADHE$ ومنه بعدي المستطيل هما $4\ cm$ و $8\ cm$

$$P_2 = 2 \times (8 + 4) = 2 \times 12 = 24\ cm$$

$$S_2 = 4 \times 8 = 32\ cm^2$$

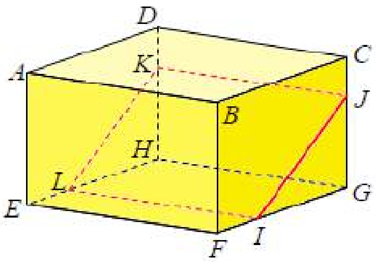
٣) مقطع متوازي المستطيلات بمستو يوازي الوجه $ABFE$ هو مستطيل يطابق الوجه $ABFE$ ومنه بعدي المستطيل هما $6\ cm$ و $4\ cm$

$$P_3 = 2 \times (4 + 6) = 2 \times 10 = 20\ cm$$

$$S_3 = 6 \times 4 = 24\ cm^2$$

⑨ **$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AE = 5\ cm$ و $EF = 7\ cm$ و $FG = 6\ cm$**

I نقطة من الحرف $[FG]$ تحقق $IG = 4\ cm$. J نقطة من الحرف $[CG]$ تحقق $JG = 3.5\ cm$. $IJKL$ مقطع لهذا المجسم بمستو يوازي الحرف $[AB]$.



١) ما طبيعة المقطع $IJKL$ ؟ جد بعديه

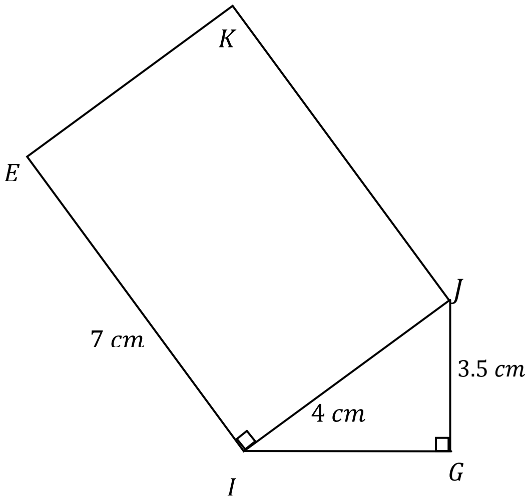
٢) ارسم المقطع $IJKL$ بأبعاده التامة

الحل :

١) المقطع هو المستطيل . لنوجد بعديه : $LI = EF = 7\ cm$

لإيجاد IJ نطبق فيثاغورث في المثلث القائم IGJ فنجد :

$$IJ^2 = IG^2 + GJ^2$$



$$= 4^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2$$

$$= 16 + \frac{49}{4} = \frac{113}{4}$$

$$IJ = \frac{\sqrt{113}}{2}$$

٢) ١. نرسم المثلث IGJ القائم في G وفق الآتي :

نرسم بالكوس زاوية قائمة ثم نحدد على الضلعين القائمتين الطولين

$GJ = 3.5\ cm$ و $IG = 4\ cm$ ونرسم الوتر الواصل بين I و J

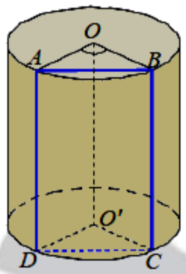
ثم نرسم على وتره IJ وخارجه المستطيل $LIJk$

بحيث يكون $KJ = 7\ cm$.

---

⑩ الشكل المرافق يمثل أسطوانة دورانية ارتفاعها $7\ cm$ ونصف قطر قاعدتها $3\ cm$ ومركز قاعدتيه O , $\grave{O}$.

$ABCD$ هو مقطع هذه الأسطوانة بمستو يوازي محورها $O\grave{O}$.



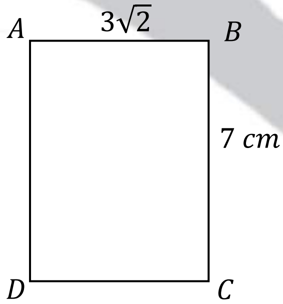
١- ما طبيعة هذه المقطع ؟

٢- نعلم أن $A\hat{O}B = 90°$ ، ارسم هذا المقطع بأبعاده التامة

٣- احسب الطول AB

الحل:

١- المقطع عبارة عن مستطيل أحد بعديه يساوي ارتفاع الأسطوانة



٣- إذا كان $A\hat{O}B = 90°$ فالمثلث AOB قائم في $\hat{O}$ فيه $OA = OB = 3$

حسب فيثاغورث في المثلث AOB نجد:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2$$

$$AB^2 = 9 + 9 = 18$$

$$\Longrightarrow\ AB = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

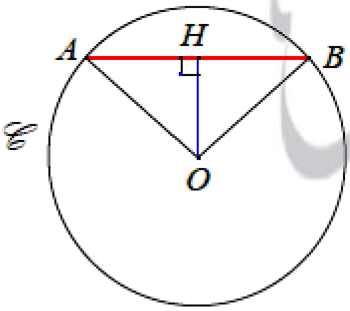
---

⑪ الشكل المرافق $\mathcal{C}$ قرص دائري يمثل قاعدة أسطوانة دورانية ارتفاعها $11\ cm$ مركز هذه القاعدة هو النقطة O .
H نقطة من $\mathcal{C}$ تحقق $OH = 6\ cm$. $ABCD$ هو مقطع هذه الأسطوانة بمستو يمر بالنقطة H ويوازي محور الأسطوانة نعلم أن $AB = 16\ cm$ ، احسب نصف قطر قاعدة الأسطوانة.

الحل:

المثلث AOB متساوي الساقين لأن: "أنصاف أقطار" $AO = OB$.

والارتفاع في المثلث متساوي الساقين هو متوسط ومنصف فيكون:



$$HB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 16 = 8$$

بما أن المثلث OHB قائم في $\hat{H}$ فإنه حسب فيثاغورث:

$$OB^2 = OH^2 + HB^2$$

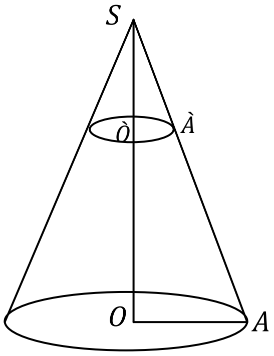
$$OB^2 = 36 + 64 = 100$$

$$\Longrightarrow R = OB = 10\ cm$$

---

⑫ **قُطع مخروط دوراني نصف قطر قاعدته $15\ cm$ ، بمستوٍ يوازي قاعدته ويقسم ارتفاعه بدءاً من رأس المخروط بنسبة $\frac{1}{3}$ احسب بالسنتيمترات المربعة مساحة المقطع.**

الحل:



بفرض S هو مساحة القاعدة. $\grave{S}$ مساحة المقطع

بما أن $OA = 15$ إذاً: $\quad S = \pi r^2$

$$S = \pi(15)^2 = 225\pi\ cm^2$$

وبما أن المقطع تصغير لقاعدة المخروط بنسبة $K = \frac{1}{3}$:

فإن: $\quad \frac{\grave{S}}{S} = K^2$

$$\frac{\grave{S}}{225\,\pi} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$\grave{S} = \frac{1}{9} \times 225\,\pi$$

$$\grave{S} = 25\,\pi\ cm^2$$

---

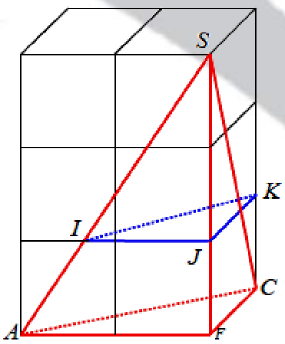
⑬ **$SABC$ هرم رأسه S محتوى في ستة مكعبات طول حرف كل منها $1\ cm$ مرصوفة وفق الشكل المرافق، مقطع هذا الهرم بمستو يوازي قاعدته هو المثلث IJK .**

١- احسب حجم الهرم $SABC$

٢- احسب مساحة المثلث IJK

٣- احسب حجم الهرم $SIJK$

الحل:



١- V هو حجم الهرم $SABC$

$$V = \frac{1}{3} \times S \times h$$

حيث S مساحة القاعدة:

$$S = \frac{1}{2} AB \times BC = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1\ cm^2$$

h ارتفاع الهرم $\quad h = 3\ cm$

$$V = \frac{1}{3} \times 1 \times h$$

$$V = 1\ cm^2$$

٢- المثلث IJK تصغير للقاعدة ABC بنسبة: $K = \frac{SJ}{SB} = \frac{2}{3}$

بفرض أن مساحة المثلث IJK هي $\grave{S}$ فيكون:

$$\frac{\grave{S}}{S} = K^2$$

$$\frac{\grave{S}}{1} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\grave{S} = \frac{4}{9} \times 1 = \frac{4}{9}\ cm^2$$

٣- نفرض حجم الهرم $SIJK$ هو $\grave{V}$ فيكون:

$$\grave{V} = \frac{1}{3} \grave{S} \grave{h}$$

$$\grave{V} = \frac{1}{3} \times \frac{4}{9} \times 2 = \frac{8}{27}\ cm^2$$

طريقة ثانية :

$$\frac{\grave{V}}{.V} = K^3$$

$$\frac{\grave{V}}{1} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$\grave{V} = \frac{8}{29} \times 1 = \frac{8}{27} cm^3$$

---

⑭ قطعنا هرماً منتظماً $SABCD$ بمستو يوازي قاعدته، فوجدنا أن المقطع هو مربع $EFGH$ مساحته تساوي $\frac{9}{25}$ من مساحة المربع $ABCD$.

١. المربع $EFGH$ تصغير للمربع $ABCD$ ما نسبة هذا التصغير.

٢. نعلم أن حجم الهرم $SABCD$ هو $125\ cm^3$ ما حجم الهرم $SEFGH$؟

الحل:

نعلم أن نسبة المساحتين تساوي مربع نسبة التصغير أي:

$$\frac{S_{(EFGH)}}{S_{(ABCD)}} = k^2 \Rightarrow \frac{9}{25} = k^2 \Rightarrow \boxed{k = \frac{3}{5}}$$ نسبة التصغير

٢- إن نسبة الحجمين تساوي مكعب نسبة التصغير أي:

$$\frac{V_{(EFGH)}}{V_{(ABCD)}} = k^3$$

$$\Rightarrow \frac{V_{(EFGH)}}{125} = \left(\frac{3}{5}\right)^3$$

$$\frac{V_{(EFGH)}}{125} = \frac{27}{125}$$

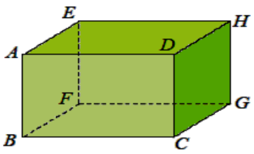
$$\Rightarrow V_{(EFGH)} = \frac{27 \times 125}{125} = 27\ cm^3$$

---

⑮ $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات أبعاده $AB = 5\ cm$, $AD = 8\ cm$, $AE = 6\ cm$

نقطع هذا المجسم بمستو يحتوي A , H ويوازي الحرف $[AB]$ احسب أبعاد المقطع.

الحل:



المقطع هو المستطيل $ABGH$ بحيث:

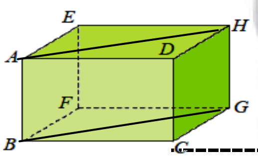
$$\boxed{AB = GH = 5\ cm}$$

المثلث AEH قائم في E فيكون:

$$AH^2 = AE^2 + EH^2$$

$$AH^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow AH = \sqrt{100} = 10\ cm$$

$$\boxed{AH = BG = 10\ cm}$$



---

⑯ مخروط دوراني، نصف قطر قاعدته $9\ cm$ قطع بمستو يوازي قاعدته وقطع ارتفاعه في نقطة تقسم الارتفاع بنسبة $\frac{2}{3}$ بدءاً من رأس المخروط ، احسب مساحة المقطع

الحل: لنفرض مساحة القاعدة S ، مساحة المقطع $\grave{S}$

دائرة المقطع هي تصغير لدائرة القاعدة بنسبة $K = \frac{2}{3}$ ومنه:

$$\frac{\grave{S}}{S} = K^2$$
$$\grave{S} = K^2.S$$
$$= \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \pi r^2$$
$$= \frac{4}{9} \times \pi\ (9)^2$$
$$= 4\ \times 9\,\pi = 36\,\pi\ cm^2$$

---

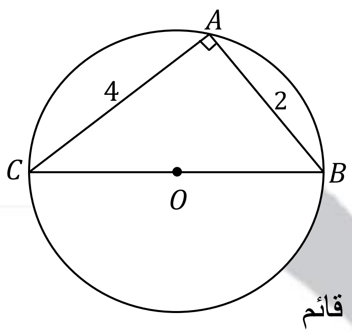
⑰ يدور قرص دائري (مركزه O ونصف قطره $5\ cm$) حول أحد أقطاره، صف المجسم الحاصل

الحل: المجسم الناتج هو مجسم كروي مركزه O ونصف قطره $5\ cm$

---

⑱ 1) ارسم مثلثاً ABC قائم في A ، طولا ضلعيه القائمين $AB = 2\ cm$ و $AC = 4\ cm$
2) ارسم الدائرة المارة برؤوس هذا المثلث
٣) حول أي ضلع من أضلاع المثلث علينا أن ندور الشكل كي نحصل على سطح كروي؟

الحل:



١) بما أن ABC قائم في A فإنه حسب فيثاغورث:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$
$$= 4^2 + 2^2$$
$$= 16 + 4 = 20$$
$$BC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

٢) إن مركز الدائرة المارة برؤوس هذا المثلث هو منتصف الوتر BC لأن المثلث قائم

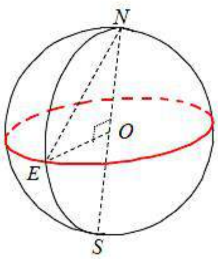
ونصف قطرها هو: $\frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$

٣) لنحصل على سطح كروي علينا أن ندور المثلث حول الضلع BC

لأن BC هو قطر الدائرة المارة برؤوس المثلث القائم

---

⑲ الشكل المرافق تمثيل للكرة الأرضية التي نصف قطرها $6400\ km$ ، N و S يرمزان على التوالي إلى القطبين الشمالي والجنوبي ، E نقطة من خط الاستواء



احسب المسافة بين النقطتين N و E

الحل:

بما أن المثلث NOE قائم في O إذاً:

$$NE^2 = ON^2 + OE^2$$
$$NE^2 = (6400)^2 + (6400)^2 = 2(6400)^2$$
$$\Longrightarrow \quad NE = 6400\sqrt{2}\ km$$

بفرض P هو محيط الدائرة العظمى التي تحوي $N\,,E$ فيكون:

$$P = 2\pi r = 2\pi(6400)$$
$$P = 12800\,\pi\ km$$

إذاً طول القوس $\overset{\frown}{NE}$ يساوي ربع محيط الدائرة العظمى التي تحوي NE:

$$\text{طول } \overset{\frown}{NE} = \frac{1}{4} \times P$$

$$= \frac{1}{4} \times 12800\,\pi$$

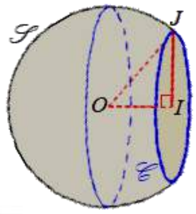
$$= 3200\,\pi\ km$$

---

⑳ W سطح كروي مركزه O ونصف قطره $12\ cm$ قطع هذا السطح بمستو (P) فكان المقطع الدائرة C التي مركزها I ونصف قطرها $8\ cm$ احسب المسافة OI .

الحل:

المثلث OIJ قائم في I فحسب فيثاغورث نجد:



$$OJ^2 = OI^2 + IJ^2$$

$$(12)^2 = OI^2 + (8)^2$$

$$OI^2 = 144 - 64 = 80$$

$$\Longrightarrow OI = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5}\ cm$$

㉑ احسب مساحة سطح كروي في كل من الحالات الآتية:

١) طول قطره $10\ cm$

٢) محيط دائرة كبرى فيه $28\,\pi\ cm$

الحل:

١) القطر هو $10\ cm$ إذاً نصف القطر هو $5\ cm$

مساحة السطح الكروي هو S إذاً: $S = 4\pi R^2 = 4\pi(5)^2$

$$S = 4 \times 25 \times \pi$$

$$S = 100\,\pi\ cm^2$$

٢) بما أن محيط الدائرة الكبرى $28\,\pi\ cm$ إذاً:

$$2\pi R = 28\,\pi \ \Longrightarrow R = \frac{28\,\pi}{2\,\pi} = 14$$

إذاً المساحة هي: $S = 4\,\pi\,R^2$

$$S = 4\,\pi\,(14)^2 = 4\pi(196)$$

$$S = 784\pi\ cm^2$$

㉒ احسب حجم كرة في كل من الحالات الآتية:

١) طول قطرها $10\ cm$

٢) طول دائرة كبرى فيها $14\pi\ cm$

٣) مساحة دائرة كبرى فيها $36\pi\ cm^2$

الحل:

١) بما أن القطر هو $10\ cm$ فإن نصف القطر $5\ cm$.
الحجم V:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(5)^3$$
$$V = \frac{4}{3}\pi \times 125 = \frac{500}{3}\pi\ cm^3$$

٢) إن نصف قطر الدائرة الكبرى هو نصف قطر الكرة إذاً:

$$2\pi R = 14\pi \Longrightarrow R = \frac{14\pi}{2\pi} = 7\ cm$$

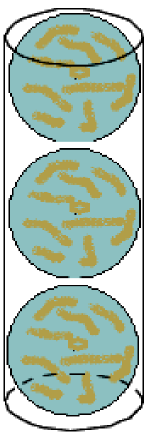
الحجم V:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4\pi}{3}(7)^3$$
$$V = \frac{1372}{3}\pi\ cm^3$$

٣) بما أن مساحة الدائرة الكبرى هو $36\pi\ cm^3$ فإن:

$$\pi R^2 = 36\pi \Longrightarrow$$
$$R^2 = \frac{36\pi}{\pi} = 36 \Longrightarrow R = 6\ cm$$
$$V = \frac{4\pi}{3}R^3 = \frac{4\pi}{3}(6)^3$$
$$V = 288\pi\ cm^3$$

㉓ في الشكل المرافق: الدحلات الثلاث متماسة وتمس السطح الجانبي للأنبوبة الإسطوانية التي نصف قطر قاعدتها يساوي $2.1\ cm$ وارتفاعها يساوي $12.6\ cm$ كما أن الكرة السفلى تمس قاعدة الأنبوبة والعليا تمس سطحها احسب بالسنتيميتر المكعب حجم الفراغ بين الأنبوبة والدحل.



الحل:
حجم الكرة الواحدة V_1

$$V_1 = \frac{4\pi}{3}R^3 = \frac{4\pi}{3} \times (2.1)^3 = \frac{4\pi}{3} \times \left(\frac{21}{10}\right)^3\ cm^3$$
$$V_1 = \frac{4\pi}{3} \times \left(\frac{21}{10}\right)^3 = \frac{3087\pi}{250}\ cm^3$$

حجم الكرات الثلاث هو $3V_1$

$$3V_1 = \frac{9261\pi}{250} = 37.044 cm^3$$

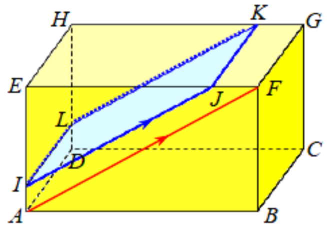
حجم الأسطوانة V_2

$$V_2 = \pi R^2 h = \pi \times (2.1)^2 \times 12.6 = 55.566\pi\ cm^3$$

حجم الفراغ الواقع بين الأنبوبة و الدحلات الثلاثة V

$$V = V_2 - V_1$$
$$= 55.566\pi - 37.044\pi = 18.522\pi\ cm^3$$

㉔ $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $CG = 8\ cm\ , BC = 6\ cm\ , AB = 15\ cm$
J نقطة من $[EF]$ تحقق $EJ = 12\ cm$. $IJKL$ هو مقطع $ABCDEFGH$ بمستو يوازي الحرف $[FG]$ كما أن $(AF), (IJ)$ متوازيان.



١) ما طبيعة المقطع $IJKL$؟ احسب مساحته.
٢) احسب قياس الزاوية JIK إلى أقرب درجة.

الحل:

١) المقطع هو مستطيل . لنحسب بعديه

$$IL = JK = FG = BC = 6\ cm$$

لحساب البعد الثاني: نحسب أولاً طول AF حسب فيثاغورث في المثلث القائم ABF

$$AF^2 = BF^2 + AB^2$$
$$= 8^2 + 15^2$$
$$= 64 + 225$$
$$= 289$$
$$AF = \sqrt{289} = 17\ cm$$

نحسب البعد IJ حسب مبرهنة النسب الثلاث في المثلث AEF حيث أن $AF//IJ$

$$\frac{IJ}{AF} = \frac{EJ}{EF}$$
$$\frac{IJ}{17} = \frac{12}{15}$$
$$IJ = \frac{17 \times 12}{15} = 13.6\ cm$$

مساحة المستطيل= جداء بعديه $\quad S = IL\ \times IJ$

$$S = 6 \times 13.6 = 81.6\ cm^2$$

٢) في المثلث KIJ القائم في J نجد:

$$\tan K\hat{I}J = \frac{\text{مقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{JK}{IJ} = \frac{6}{13.6} = 0.44117$$

$K\hat{I}J \approx 24°$ من الآلة الحاسبة

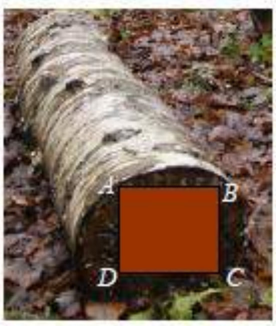
㉕ جذع شجرة أسطواني ارتفاعه $6\ m$ وقاعدته قرص دائري مركزه O ونصف قطره $20\ cm$ نريد أن نفتح مجرىً في هذا الجذع بهيئة متوازي مستطيلات ارتفاعه $6\ m$ وقاعدته $ABCD$ مربع مركزه O وطول قطره $4\ cm$

١) احسب القيمة التامة لحجم جذع الشجرة.
٢) احسب مساحة المربع $ABCD$
٣) احسب حجم المجرى

الحل:

حجم الأسطوانة: $\quad V = \frac{1}{3} S.h$

لنحول نصف قطر القاعدة من cm إلى m



$$20\ cm = \frac{20}{100} m = 0.2\ m$$

ومنه:

$$V = \frac{1}{3}(\pi r^2)\ h$$
$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times (0.2)^2 \times 6$$
$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 0.04 \times 6$$

$$V = 0.08\pi\ m^3$$

٢) مساحة المربع = نصف جداء قطريه (لأن المربع هو معين إحدى زواياه قائمة)

$$S = \frac{1}{2} \times 40 \times 40 = 800\ cm^2$$

٣) حجم المجرى هو حجم متوازي المستطيلات:

الحجم = مساحة القاعدة × الارتفاع

لنحول الارتفاع من m إلى cm

$$\hbar = 6m = 6 \times 100 = 600\ cm$$
$$V = S.\hbar$$
$$V = 800 \times 600$$
$$V = 480000\ cm^3$$

㉖ في الشكل المرافق، (C) مخروط رأسه S وقاعدته الدائرة التي مركزها O قُطع هذا المخروط بمستويين يوازيان مستوي قاعدته فكان المقطع بأحد المستويين الدائرة C_I التي مركزها I ونصف قطرها $8\ cm$ ، وبالمستوي الآخر ، كان المقطع الدائرة C_J التي مركزها J ونصف قطرها $5\ cm$ نعلم أيضاً أن $OI = 12\ cm\ , SJ = 15\ cm$

١) احسب الطول SI ثم استنتج كلاً من $SO\ , JI$ ارتفاع المخروط (C)

٢) احسب نصف قطر قاعدة المخروط (C) استنتج حجمه.

٣) احسب حجم المخروط الذي قاعدته الدائرة التي مركزها J

٤) احسب حجم المخروط الذي قاعدته الدائرة التي مركزها I

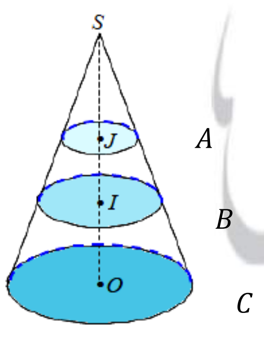
٥) احسب حجم جذع المخروط الذي قاعدتاه الدائرتان $C_I\ ,\ C_J$

الحل:

١) الدائرة C_J هي تصغير للدائرة C_I ومنه:

$$\frac{SJ}{SI} = \frac{JA}{IB}$$
$$\frac{15}{SI} = \frac{5}{8}$$
$$SI = \frac{8 \times 15}{5} = 24\ cm$$
$$JI = SI - SJ$$
$$JI = 24 - 15 = 9\ cm$$
$$SO = SI + IO = 24 + 12 = 36$$

٢) C_I هي تصغير لقاعدة المخروط C ومنه:



$$\frac{SI}{SO} = \frac{IB}{OC}$$
$$\frac{24}{36} = \frac{8}{OC}$$
$$OC = \frac{8 \times 36}{24} = \frac{36}{3} = 12\ cm$$

حجم المخروط الذي قاعدته الدائرة التي مركزها O:

$$V = \frac{1}{3}S.\hbar_O$$
$$V = \frac{1}{3}\pi {R_O}^2 \hbar_O$$
$$V = \frac{1}{3}\pi \times 12^2 \times 36$$
$$V = 1728\,\pi\ cm^3$$

٣) المخروط الذي قاعدته الدائرة التي مركزها J ارتفاعه $h_I = SJ = 15\ \ cm$ ونصف قطر قاعدته $R_J = 5\ \ cm$

ومنه:

$$V_J = \frac{1}{3}\,Sh_J$$
$$= \frac{1}{3}\,\pi R_J^2 h_J$$
$$= \frac{1}{3}\,\pi \times 5^2 \times 15$$
$$= \frac{1}{3}\,\pi \times 25 \times 15$$
$$= 125\,\pi\ \ cm^3$$

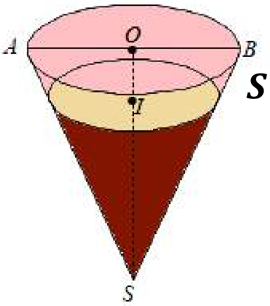
٤) المخروط الذي قاعدته الدائرة التي مركزها I ارتفاعه $h_I = SI = 24\ \ cm$ ونصف قطر قاعدته $R_I = 8\ \ cm$

$$V_I = \frac{1}{3}\,Sh_I$$
$$= \frac{1}{3}\,\pi R_I^2 h_I$$
$$= \frac{1}{3}\,\pi \times 8^2 \times 24$$
$$= \frac{1}{3}\,\pi \times 64 \times 24$$
$$= 512\,\pi\ \ cm^3$$

٥) حجم جذع المخروط الذي قاعدتاه $\mathcal{C}_1$ و $\mathcal{C}_2$ يساوي حجم المخروط الذي قاعدته الدائرة $\mathcal{C}_I$ مطروحاً منه حجم المخروط الذي قاعدته الدائرة $\mathcal{C}_J$

$$\grave{V} = V_I - V_J$$
$$= 512\,\pi - 125\,\pi = 387\,\pi\ \ cm^3$$

㉗ قرن بوظة بهيئة مخروط دوراني (C) ، ارتفاعه $SO = 12\ \ cm$ وقطر قاعدته $AB = 10\ \ cm$



١) احسب بالليترات سعة هذا القرن ، واحسب طول المولد $[SA]$

٢) إذا كان 51.2% من البوظة هي من الشوكولاتة ممثلة بالمخروط (C_1) الذي رأسه S وقاعدته الدائرة التي مركزها I والباقي من الفريز ممثلة بجذع المخروط الذي قاعدتاه الدائرتان اللتان مراكزهما I و O

١. احسب بالليتيرات سعة المخروط (C_1)

٢. المخروط (C_1) تصغير للمخروط (C) بنسبة k . اشرح لماذا $k^3 = 0.512$ تحقق من أن $k = 0.8$

٣. استنتج كلاً من ارتفاع المخروط (C_1) ونصف قطر قاعدته

الحل:

١) نحسب حجم المخروط حيث ارتفاعه: $h = SD = 12\ \ cm$ ونصف قطر قاعدته:

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{10}{2} = 5\ \ cm$$

$$V = \frac{1}{3}\,Sh = \frac{1}{3}\,\pi R^2 h\ = \frac{1}{3}\,\pi \times 5^2 \times 12\ = \frac{1}{3}\,\pi \times 25 \times 12$$

$V = 100\,\pi\ cm^3 = \frac{100}{1000}\,\pi = 0.1\,\pi\,L$ "حيث : $1\ L = 1000\ cm^3$"

نحسب طول المولد $[SA]$ حسب فيثاغورث في المثلث SOA

$$SA^2 = SO^2 + OA^2$$
$$= 12^2 + 5^2$$
$$= 144 + 25 = 169$$
$$SA = \sqrt{169} = 13\ cm$$

٢) ١. نرمز لحجم المخروط (C_1) بالرمز V_1

المخروط (C_1) هو تصغير للمخروط (C) بنسبة تصغير k ومنه:

$$k^3 = \frac{51.2}{100} \implies k^3 = 0.512$$

وبالتالي
$$V_1 = k^3\,V$$
$$V_1 = 0.512 \times 0.1\,\pi = 0.0512\ L$$

٢. من الطلب السابق وجدنا $k^3 = 0.512$ كذلك نجد $(0.8)^3 = 0.512$ ومنه : $K = 0.8$

٣. نرمز بـ R_1 إلى نصف قطر قاعدة المخروط (C_1) وبـ h_1 إلى ارتفاعه

نرمز بـ R إلى نصف قطر قاعدة المخروط (C) وبـ h إلى ارتفاعه

وبما أن (C_1) هو تصغير لـ (C) نجد:

$$R_1 = Rk$$
$$R_1 = 5 \times 0.8 = 4\ cm$$
$$h_1 = hk$$
$$h_1 = 12 \times 0.8 = 9.6\ cm$$
